



# Région d' $\eta$ -Équilibre de Nash du Canal Linéaire Déterministe à Interférences avec Rétroalimentation Dégradée

Victor Quintero, Samir M. Perlaza, Jean-Marie Gorce

## ► To cite this version:

Victor Quintero, Samir M. Perlaza, Jean-Marie Gorce. Région d'  $\eta$ -Équilibre de Nash du Canal Linéaire Déterministe à Interférences avec Rétroalimentation Dégradée . Colloque Grets, Sep 2017, Juan-les-Pins, France. hal-01588107

**HAL Id: hal-01588107**

**<https://hal.science/hal-01588107>**

Submitted on 15 Sep 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Région d' $\eta$ -Équilibre de Nash du Canal Linéaire Déterministe à Interférences avec Rétroalimentation Dégradée

Victor QUINTERO, Samir M. PERLAZA, Jean-Marie GORCE.

Laboratoire CITI

Laboratoire Conjoint de l'Université de Lyon, de l'INSA de Lyon, et de l'INRIA  
6 avenue des Arts, F-69621, Villeurbanne, France

victor.quintero-florez@inria.fr, samir.perlaza@inria.fr  
jean-marie.gorce@insa-lyon.fr

**Résumé** – Cet article présente la région d' $\eta$ -équilibre de Nash ( $\eta$ -EN) du canal linéaire déterministe à interférences avec rétroalimentation dégradée par un bruit additif (CLDI-RDBA) pour tout  $\eta > 0$ . La région  $\eta$ -EN, contenue de la région de capacité, renferme l'ensemble de toutes les paires de taux de transmission atteignables qui sont stables au sens d'un  $\eta$ -EN. Plus précisément, étant donné un code induisant une paire de taux de transmission incluse dans la région  $\eta$ -EN, il n'existe pas aucun code alternatif pour l'une ou l'autre des paires émetteur-récepteur capable de augmenter le taux de transmission individuel de plus de  $\eta$  bits par utilisation du canal. Les résultats existants, tels que la région  $\eta$ -EN du canal linéaire déterministe à interférences avec rétroalimentation parfaite et sans rétroalimentation, sont obtenus comme cas particuliers du résultat présenté dans cet article.

**Abstract** – In this paper, the  $\eta$ -Nash equilibrium ( $\eta$ -NE) region of the two-user linear deterministic interference channel (IC) with noisy channel-output feedback is characterized for all  $\eta > 0$ . The  $\eta$ -NE region, a subset of the capacity region, contains the set of all achievable information rate pairs that are stable in the sense of an  $\eta$ -NE. More specifically, given an  $\eta$ -NE coding scheme, there does not exist an alternative coding scheme for either transmitter-receiver pair that increases the individual rate by more than  $\eta$  bits per channel use. Existing results such as the  $\eta$ -NE region of the linear deterministic interference channel without feedback and with perfect output feedback are obtained as particular cases of the result presented in this paper.

## 1 Modèle du Système

On considère le canal linéaire déterministe à interférences avec rétroalimentation dégradée par un bruit additif (CLDI-RDBA) représenté sur la figure 1. Pour tout  $i \in \{1, 2\}$  et  $j \in \{1, 2\} \setminus \{i\}$ , le nombre de tubes pour les bits entre l'émetteur  $i$  et son récepteur visé (récepteur  $i$ ) est noté par  $\vec{n}_{ii}$ ; le nombre de tubes pour les bits entre l'émetteur  $i$  et son récepteur non-visé (récepteur  $j$ ) est noté par  $n_{ji}$ ; enfin le nombre de tubes pour les bits entre le récepteur  $i$  et son émetteur correspondant est noté par  $\overleftarrow{n}_{ii}$ . Ces six paramètres sont des entiers positifs et décrivent le CLDI-RDBA représenté sur la Figure 1.

À l'émetteur  $i$ , durant la  $n$ -ième utilisation du canal, où  $n \in \{1, 2, \dots, N_i\}$ , le symbole en entrée, noté  $\mathbf{X}_{i,n}$  est un vecteur binaire de longueur  $q$ , c'est-à-dire  $\mathbf{X}_{i,n} = (X_{i,n}^{(1)}, X_{i,n}^{(2)}, \dots, X_{i,n}^{(q)})^T \in \mathcal{X}_i$ , avec  $\mathcal{X}_i = \{0, 1\}^q$ ,  $q = \max(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21})$ , et  $N_i \in \mathbb{N}$  est la longueur de bloc de la  $i$ -ème paire émetteur-récepteur. Au récepteur  $i$ , durant la  $n$ -ième utilisation du canal, où  $n \in \{1, 2, \dots, \max(N_1, N_2)\}$ , le symbole à la sortie du canal  $i$ , noté  $\vec{\mathbf{Y}}_{i,n}$ , est également un vecteur binaire de longueur  $q$ , c'est-à-dire  $\vec{\mathbf{Y}}_{i,n} = (\vec{Y}_{i,n}^{(1)}, \vec{Y}_{i,n}^{(2)}, \dots, \vec{Y}_{i,n}^{(q)})^T$ . Soit  $\mathbf{S}$  une matrice  $q \times q$  à décalage.

Les entrées-sorties de ce canal durant la  $n$ -ième utilisation du canal sont liées par les relations suivantes :

$$\vec{\mathbf{Y}}_{i,n} = \mathbf{S}^{q-\vec{n}_{ii}} \mathbf{X}_{i,n} + \mathbf{S}^{q-n_{ij}} \mathbf{X}_{j,n}, \quad (1)$$

où  $\mathbf{X}_{i,n} = (0, 0, \dots, 0)^T$  quelque soit  $n > N_i$ . Le signal dégradé par un bruit additif de rétroalimentation disponible à l'émetteur  $i$  à la fin de la  $n$ -ième utilisation du canal est :

$$\vec{\mathbf{Y}}_{i,n} = \mathbf{S}^{(\max(\vec{n}_{ii}, n_{ij}) - \overleftarrow{n}_{ii})^+} \vec{\mathbf{Y}}_{i,n-d}, \quad (2)$$

où  $d \in \mathbb{N}$  est un délai limité. On note que les additions et les multiplications sont en binaire.

Sans perte de généralité, le délai de rétroalimentation est présumé correspondre à une utilisation du canal. Soit  $\mathcal{W}_i = \{1, 2, \dots, 2^{N_i R_i}\}$  l'ensemble de messages de l'émetteur  $i$ , où  $R_i$  est le taux de transmission par la paire émetteur-récepteur  $i$ . L'émetteur  $i$  envoie l'indice de message  $W_i \in \mathcal{W}_i$  pour la transmission du mot code  $\mathbf{X}_i = (\mathbf{X}_{i,1}, \mathbf{X}_{i,2}, \dots, \mathbf{X}_{i,N_i}) \in \mathcal{X}_i^{N_i}$ , qui est une matrice binaire de dimension  $q \times N_i$ . La fonction d'encodage à l'émetteur  $i$  peut être modélisée comme un ensemble d'applications déterministes  $f_{i,1}^{(N)}, f_{i,2}^{(N)}, \dots, f_{i,N_i}^{(N)}$ , avec  $f_{i,1}^{(N)} : \mathcal{W}_i \times \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}^q$ , et pour tout  $n \in \{2, 3, \dots, N_i\}$ ,  $f_{i,n}^{(N)} : \mathcal{W}_i \times \mathbb{N} \times \{0, 1\}^{q \times (n-1)} \rightarrow \{0, 1\}^q$ , tels que

$$\mathbf{X}_{i,1} = f_{i,1}^{(N)}(W_i, \Omega_i) \text{ et} \quad (3a)$$

$$\mathbf{X}_{i,n} = f_{i,n}^{(N)}(W_i, \Omega_i, \vec{\mathbf{Y}}_{i,1}, \vec{\mathbf{Y}}_{i,2}, \dots, \vec{\mathbf{Y}}_{i,n-1}), \quad (3b)$$

où  $\Omega_i$  est un indice généré aléatoirement et connu uniquement de l'émetteur  $i$  et du récepteur  $i$ .

La fonction de decodage au récepteur  $i$  est modélisée comme une fonction déterministe  $\psi_i^{(N)} : \{0, 1\}^{q \times N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathcal{W}_i$ . À la fin de la communication, le récepteur  $i$  utilise la matrice binaire de dimension  $q \times N$   $(\vec{\mathbf{Y}}_{i,1}, \vec{\mathbf{Y}}_{i,2}, \dots, \vec{\mathbf{Y}}_{i,N})$  et  $\Omega_i$  pour

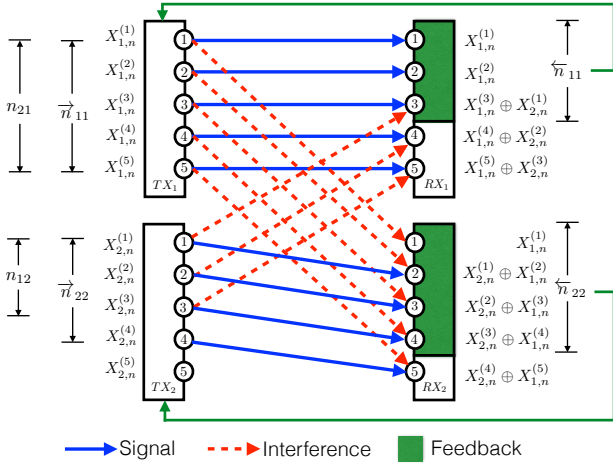


FIGURE 1 – Canal linéaire déterministe à interférences avec rétroalimentation dégradée par un bruit additif durant la  $n$ -ième utilisation du canal.

généraliser une estimation  $\widehat{W}_i$  de l'indice du message transmis  $W_i$ , i.e.,  $\widehat{W}_i = \psi_i^{(N)}(\vec{Y}_{i,1}, \vec{Y}_{i,2}, \dots, \vec{Y}_{i,N}, \Omega_i)$ . Soit  $W_i$  l'indice du message au format binaire, i.e.,  $c_{i,1} c_{i,2} \dots c_{i,M_i}$ , avec  $M_i = \lceil \log_2 |\mathcal{W}_i| \rceil$ . Soit  $\widehat{W}_i$  écrite au format binaire comme  $\widehat{c}_{i,1} \widehat{c}_{i,2} \dots \widehat{c}_{i,M_i}$ . La configuration de transmission-réception  $s_i$  peut être décrite en termes de longueur de bloc  $N_i$ , de nombre de bits par bloc  $M_i$ , d'alphabet d'entrée  $\mathcal{X}_i$ , du dictionnaire, des fonctions d'encodage  $f_{i,1}^{(N)}, f_{i,2}^{(N)}, \dots, f_{i,N_i}^{(N)}$ , de fonction de décodage  $\psi_i^{(N)}$ , etc. La probabilité d'erreur moyenne au récepteur  $i$ , notée  $p_i(s_1, s_2)$ , est donnée par

$$p_i(s_1, s_2) = \frac{1}{M_i} \sum_{\ell=1}^{M_i} \mathbb{1}_{\{\widehat{c}_{i,\ell} \neq c_{i,\ell}\}}. \quad (4)$$

Une paire de taux de transmission  $(R_1, R_2) \in \mathbb{R}_+^2$  est dite atteignable si elle satisfait la définition suivante.

**Définition 1 (Taux de transmission atteignables)** Une paire de taux de transmission  $(R_1, R_2) \in \mathbb{R}_+^2$  est atteignable s'il existe au moins une paire de configurations  $(s_1, s_2)$ , de telle sorte que les probabilités d'erreur binaire moyenne  $p_1(s_1, s_2)$  et  $p_2(s_1, s_2)$  peuvent être rendues arbitrairement petites lorsque  $N_1$  et  $N_2$  tendent vers l'infini.

Le but de l'émetteur  $i$  est de choisir en toute autonomie sa configuration de transmission-réception, notée par  $s_i$ , pour maximiser son taux de transmission atteignable  $R_i$ . Il convient de noter que le taux de transmission atteignable par l'émetteur-récepteur  $i$  dépend des configurations  $s_1$  et  $s_2$  en raison de l'interférence mutuelle. Ceci est révélateur de l'interaction compétitive entre les deux liens de communication du canal à interférence décentralisé. La section suivante modélise cette interaction en utilisant la théorie des jeux.

## 2 Le Canal à Interférences : un jeu sous forme normale

L'interaction compétitive des deux paires émetteur-récepteur dans le canal à interférences décentralisé peut être modélisée par le jeu sous forme normale suivant :

$$\mathcal{G} = (\mathcal{K}, \{\mathcal{A}_k\}_{k \in \mathcal{K}}, \{u_k\}_{k \in \mathcal{K}}). \quad (5)$$

L'ensemble  $\mathcal{K} = \{1, 2\}$  est l'ensemble des joueurs, c'est-à-dire, l'ensemble des paires émetteur-récepteur. Les ensembles  $\mathcal{A}_1$  et  $\mathcal{A}_2$  sont les ensembles d'actions de joueurs 1 et 2, respectivement. Une action du joueur  $i \in \mathcal{K}$ , notée par  $s_i \in \mathcal{A}_i$ , correspond fondamentalement à sa configuration de transmission-réception comme indiqué précédemment. La fonction d'utilité du joueur  $i$  est  $u_i : \mathcal{A}_1 \times \mathcal{A}_2 \rightarrow \mathbb{R}_+$ , et est définie comme le taux de transmission de l'émetteur  $i$ ,

$$u_i(s_1, s_2) = \begin{cases} R_i = \frac{M_i}{N_i}, & \text{if } p_i(s_1, s_2) < \epsilon \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (6)$$

où  $\epsilon > 0$  est un nombre arbitrairement petit. Ce jeu sous forme normale été proposée en premier lieu par [1] et [2].

Une classe de configurations de transmission-réception  $s^* = (s_1^*, s_2^*) \in \mathcal{A}_1 \times \mathcal{A}_2$ , particulièrement importantes dans l'analyse de ce jeu est désignée comme l'ensemble d' $\eta$ -équilibre de Nash ( $\eta$ -EN). Cette classe de configurations satisfait la définition suivante.

**Définition 2 ( $\eta$ -équilibre de Nash)** Dans le jeu  $\mathcal{G} = (\mathcal{K}, \{\mathcal{A}_k\}_{k \in \mathcal{K}}, \{u_k\}_{k \in \mathcal{K}})$ , un profil d'actions  $(s_1^*, s_2^*)$  est un  $\eta$ -équilibre de Nash si pour tout  $i \in \mathcal{K}$  et pour tout  $s_i \in \mathcal{A}_i$ , il existe un  $\eta > 0$  tels que

$$u_i(s_i, s_j^*) \leq u_i(s_i^*, s_j^*) + \eta. \quad (7)$$

Soit  $(s_1^*, s_2^*)$  un profil d'actions d'un  $\eta$ -équilibre de Nash. Donc aucun des émetteurs peut augmenter son taux de transmission au plus de  $\eta$  bits par utilisation du canal en changeant sa configuration de transmission-réception tout en conservant la probabilité d'erreur binaire moyenne arbitrairement proche de zéro. Il convient de noter que si  $\eta$  est suffisamment élevé, de la Définition 2, toute paire de configurations peut être un  $\eta$ -EN. D'autre part, pour  $\eta = 0$ , la définition classique de l'équilibre de Nash est obtenue [3]. Dans ce cas, si une paire de configurations est un équilibre de Nash ( $\eta = 0$ ), alors chaque configuration individuelle est optimale par rapport à la configuration de l'autre paire émetteur-récepteur. Par conséquent, l'intérêt est de décrire l'ensemble de toutes les paires de taux de transmission  $(R_1, R_2)$   $\eta$ -EN du jeu défini par (5) avec la plus petite valeur possible de  $\eta$  pour lequel existe au moins une configuration d'équilibre.

L'ensemble des paires de taux de transmission atteignables dans un  $\eta$ -EN est connu comme la région d' $\eta$ -équilibre Nash.

**Définition 3 (La région d' $\eta$ -équilibre de Nash)** Soit  $\eta > 0$  fixé. Une paire de taux de transmission atteignables  $(R_1, R_2)$  appartient à la région d' $\eta$ -équilibre de Nash du jeu  $\mathcal{G} = (\mathcal{K}, \{\mathcal{A}_k\}_{k \in \mathcal{K}}, \{u_k\}_{k \in \mathcal{K}})$  s'il existe une paire  $(s_1^*, s_2^*) \in \mathcal{A}_1 \times \mathcal{A}_2$  qui est telle que

$$u_1(s_1^*, s_2^*) = R_1 \quad \text{et} \quad u_2(s_1^*, s_2^*) = R_2. \quad (8)$$

La section suivante caractérise la région  $\eta$ -EN (Def. 3) du CLDI-RDBA notée par  $\mathcal{N}_\eta(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, \vec{n}_{11}, \vec{n}_{22})$ , où les paramètres  $(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, \vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}) \in \mathbb{N}^6$  sont fixes, pour tout  $\eta > 0$ .

### 3 Résultats Principaux

La région  $\eta$ -EN est caractérisée par deux régions : la région de capacité, notée par  $\mathcal{C}(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, \overleftarrow{n}_{11}, \overleftarrow{n}_{22})$  et une région convexe, notée par  $\mathcal{B}_\eta(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, \overleftarrow{n}_{11}, \overleftarrow{n}_{22})$ . Dans les sections suivantes, le 6-uplet  $(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, \overleftarrow{n}_{11}, \overleftarrow{n}_{22})$  sera explicité seulement s'il est nécessaire.

La région de capacité  $\mathcal{C}$  du CLDI-RDBA est décrite par le Théorème 1 dans [4], qui est une généralisation des cas avec rétroalimentation parfaite et sans rétroalimentation, étudiés de manière plus détaillée dans [5] et [6], respectivement. Pour tout  $\eta > 0$ , la région convexe  $\mathcal{B}_\eta$  est définie de la manière suivante :

$$\mathcal{B}_\eta = \left\{ (R_1, R_2) : L_i \leq R_i \leq U_i, \text{ pour tout } i \in \{1, 2\} \right\}, \quad (9)$$

où,

$$L_i = \left( (\vec{n}_{ii} - n_{ij})^+ - \eta \right)^+ \quad \text{et} \quad (10a)$$

$$U_i = \max(\vec{n}_{ii}, n_{ij}) - \left( \min((\vec{n}_{jj} - n_{ji})^+, n_{ij}) - \left( \min((\vec{n}_{jj} - n_{ij})^+, n_{ji}) - (\max(\vec{n}_{jj}, n_{ji}) - \overleftarrow{n}_{jj})^+ \right)^+ \right)^+ + \eta, \quad (10b)$$

avec  $i \in \{1, 2\}$  et  $j \in \{1, 2\} \setminus \{i\}$ . Le Théorème 1 utilise la région  $\mathcal{B}_\eta$  dans (9) et la région de capacité  $\mathcal{C}$  pour décrire la région  $\eta$ -EN.

**Théorème 1** Soit  $\eta > 0$  fixé. La région d' $\eta$ -équilibre de Nash  $\mathcal{N}_\eta$  du canal linéaire déterministe à interférences avec rétroalimentation dégradée par un bruit additif décrit par les paramètres  $\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, \overleftarrow{n}_{11}$  et  $\overleftarrow{n}_{22}$ , est

$$\mathcal{N}_\eta = \mathcal{C} \cap \mathcal{B}_\eta. \quad (11)$$

La Figure 2 illustre la région de capacité et la région  $\eta$ -EN  $\mathcal{N}_\eta$  d'un canal dont les paramètres sont  $\vec{n}_{11} = 7, \vec{n}_{22} = 6, n_{12} = 4, n_{21} = 4$  et différentes valeurs pour les paramètres  $\overleftarrow{n}_{11}$  et  $\overleftarrow{n}_{22}$ , avec  $\eta$  arbitrairement petit. Il convient de noter que quand  $\overleftarrow{n}_{11} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  and  $\overleftarrow{n}_{22} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  (Figure 2a), il découle que  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, \overleftarrow{n}_{11}, \overleftarrow{n}_{22}) = \mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, 0, 0)$ . Par conséquent, dans ce cas l'utilisation de rétroalimentation n'a aucun effet sur la région d' $\eta$ -équilibre de Nash. Autrement, quand  $\overleftarrow{n}_{11} > 4$  et  $\overleftarrow{n}_{22} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  (Figures 2b, 2c and 2d), la région d' $\eta$ -équilibre de Nash est strictement plus grande que dans le cas précédent. Un effet similaire est constaté dans les Figures 2e et 2f. Cette observation implique l'existence d'une limite sur chaque paramètre de rétroalimentation  $\overleftarrow{n}_{11}$  et  $\overleftarrow{n}_{22}$  au-delà de laquelle la région d' $\eta$ -équilibre de Nash est agrandie. Les valeurs exactes de  $\overleftarrow{n}_{11}$  et  $\overleftarrow{n}_{22}$ , étant donné un 6-uplet  $(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21})$ , au-delà de laquelle la région d' $\eta$ -équilibre de Nash peut être agrandie sont présentés dans [10]. La Figure 2g et la Figure 2h illustrent le schéma de codage pour atteindre les paires de taux de transmission (3, 4) et (5, 4), respectivement, quand  $\overleftarrow{n}_{11} = 5$  et  $\overleftarrow{n}_{22} = 0$ . Dans la Figure 2g, il convient de noter que le bit aléatoire commun est utilisé par la paire émetteur-récepteur 2 afin d'éviter que la paire émetteur-récepteur 1 améliore son taux de transmission individuel. Plus particulièrement, les bits  $\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \tilde{b}_3, \dots$  sont connus par l'émetteur 2 et le récepteur 2. L'utilisation de bits

aléatoires communs est aussi observée dans [7, 8] et [9]. L'utilisation de ces bits aléatoires communs reflète un comportement compétitif entre les deux paires émetteur-récepteur. Dans la Figure 2g, les bits aléatoires communs ne sont pas utilisés par la paire émetteur-récepteur 2 et ainsi, la paire émetteur-récepteur 1 atteint un meilleur taux de transmission individuel dans un  $\eta$ -EN par rapport au cas précédent. Cela suggère un comportement altruiste.

La région  $\eta$ -EN sans rétroalimentation, i.e., quand  $\overleftarrow{n}_{11} = 0$  et  $\overleftarrow{n}_{22} = 0$ , est décrite par le Théorème 1 dans [7]. La région  $\eta$ -EN avec rétroalimentation parfaite i.e.,  $\overleftarrow{n}_{11} = \max(\vec{n}_{11}, n_{12})$  et  $\overleftarrow{n}_{22} = \max(\vec{n}_{22}, n_{21})$ , est décrite par le Théorème 1 dans [8]. Finalement, il est intéressant de souligner les inclusions suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_\eta(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, 0, 0) &\subseteq \\ \mathcal{N}_\eta(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, \overleftarrow{n}_{11}, \overleftarrow{n}_{22}) &\subseteq \\ \mathcal{N}_\eta(\vec{n}_{11}, \vec{n}_{22}, n_{12}, n_{21}, \max(\vec{n}_{11}, n_{12}), \max(\vec{n}_{22}, n_{21})) &), \end{aligned}$$

pour tout  $\eta > 0$ .

Pour prouver le Théorème 1, la première étape est de montrer qu'une paire de taux de transmission  $(R_1, R_2)$ , avec  $R_i < L_i$  ou  $R_i > U_i$  pour au moins l'un des  $i \in \{1, 2\}$ , n'est pas atteignable dans la région  $\eta$ -EN pour tout  $\eta > 0$ . C'est-à-dire,

$$\mathcal{N}_\eta \subseteq \mathcal{C} \cap \mathcal{B}_\eta. \quad (12)$$

La deuxième étape est de montrer que, pour tout  $\eta > 0$ , chaque point dans  $\mathcal{C} \cap \mathcal{B}_\eta$  est atteignable dans la région  $\eta$ -EN. C'est-à-dire,

$$\mathcal{N}_\eta \supseteq \mathcal{C} \cap \mathcal{B}_\eta, \quad (13)$$

ce qui prouve l'égalité  $\mathcal{N}_\eta = \mathcal{C} \cap \mathcal{B}_\eta$ . La preuve du Théorème 1 est intégralement présentée dans [10].

### 4 Conclusions

Dans cet article, la région  $\eta$ -EN du CLDI-RDBA a été caractérisée quelque soit  $\eta > 0$ . Cette région contient la région  $\eta$ -EN sans rétroalimentation étudiée dans [7] et est incluse dans la région  $\eta$ -EN avec rétroalimentation parfaite étudiée dans [8].

### 5 Remerciements

Cette recherche a été financée en partie par la Commission Européenne sous la bourse individuelle Marie Skłodowska-Curie No. 659316 ; en partie par la chaire SPIE ICS-INSA de Lyon sur l'Internet des Objets ; en partie par la Universidad del Cauca, Popayán, Colombia ; et en partie par le Département Administratif de la Science, de la Technologie, et de l'Innovation de la Colombie (Colciencias), bourse No. 617-2013.

### Références

- [1] R. D. Yates, D. N. C. Tse et Z. Li. *Secret Communication on Interference Channels*. In Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 2008.

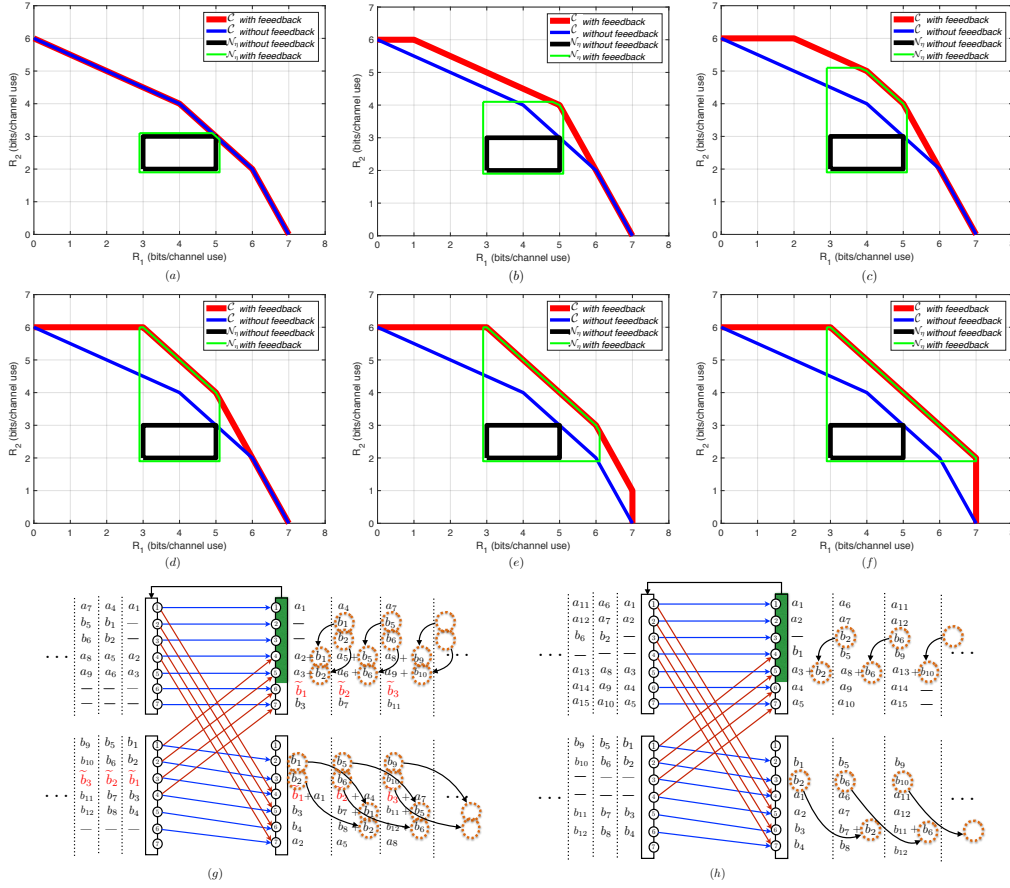


FIGURE 2 – Région de capacité  $\mathcal{C}(7, 6, 4, 4, 0, 0)$  (ligne bleue fine) et région  $\eta$ -EN  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, 0, 0)$  (ligne noire épaisse) avec  $\eta$  arbitrairement petit. La Fig. 2a montre la région de capacité  $\mathcal{C}(7, 6, 4, 4, \bar{n}_{11}, \bar{n}_{22})$  (ligne rouge épaisse) et la région d' $\eta$ -équilibre de Nash  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, \bar{n}_{11}, \bar{n}_{22})$  (ligne verte fine), avec  $\bar{n}_{11} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$  et  $\bar{n}_{22} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . La Fig. 2b montre la région de capacité  $\mathcal{C}(7, 6, 4, 4, 5, \bar{n}_{22})$  (ligne rouge épaisse) et la région d' $\eta$ -équilibre de Nash  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, 5, \bar{n}_{22})$  (ligne verte fine), avec  $\bar{n}_{22} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . La Fig. 2c montre la région de capacité  $\mathcal{C}(7, 6, 4, 4, 6, \bar{n}_{22})$  (ligne rouge épaisse) et la région d' $\eta$ -équilibre de Nash  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, 6, \bar{n}_{22})$  (ligne verte fine), avec  $\bar{n}_{22} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . La Fig. 2d montre la région de capacité  $\mathcal{C}(7, 6, 4, 4, 7, \bar{n}_{22})$  (ligne rouge épaisse) et la région d' $\eta$ -équilibre de Nash  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, 7, \bar{n}_{22})$  (ligne verte fine), avec  $\bar{n}_{22} \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ . La Fig. 2e montre la région de capacité  $\mathcal{C}(7, 6, 4, 4, 7, 5)$  (ligne rouge épaisse) et la région d' $\eta$ -équilibre de Nash  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, 7, 5)$  (ligne verte fine). La Fig. 2f montre la région de capacité  $\mathcal{C}(7, 6, 4, 4, 7, 6)$  (ligne rouge épaisse) et la région d' $\eta$ -équilibre de Nash  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, 7, 6)$  (ligne verte fine). La Fig. 2g et la Fig. 2h illustre le schéma de codage pour les paires de taux de transmission (3, 4) et (5, 4) dans  $\mathcal{N}_\eta(7, 6, 4, 4, 5, 0)$ .

- [2] R. A. Berry et D. N. C. Tse. *Information Theoretic Games on Interference Channels*. In Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 2008.
- [3] J.F. Nash. *Equilibrium Points in  $n$ -Person Games*. In Proc. National Academy of Sciences of the United States of America, 1950.
- [4] V. Quintero, S. M. Perlaza, I. Esnaola et J. M. Gorce. *Approximate Capacity Region of the Two-User Gaussian Interference Channel with Noisy Channel-Output Feedback*. (Submitted to) IEEE Transactions on Information Theory, 2016.
- [5] G. Bresler et D. N. C. Tse. *The two user Gaussian Interference Channel : A deterministic view*. European Transactions on Telecommunications, 2008.
- [6] C. Suh et D. N. C. Tse. *Feedback Capacity of the Gaussian Interference Channel to Within 2 Bits*. IEEE Transactions on Information Theory, 2011.
- [7] R. A. Berry et D. N. C. Tse. *Shannon Meets Nash on the Interference Channel*. IEEE Transactions on Information Theory, 2011.
- [8] S. M. Perlaza, R. Tandon, H. V. Poor et Z. Han. *Perfect Output Feedback in the Two-User Decentralized Interference Channel*. IEEE Transactions on Information Theory, 2015.
- [9] S. M. Perlaza, R. Tandon et H. V. Poor. *Symmetric Decentralized Interference Channels with Noisy Feedback*. Proc. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 2014.
- [10] V. Quintero, S. M. Perlaza, J. M. Gorce et H. V. Poor. *Decentralized Interference Channels with Noisy Output Feedback*. INRIA, RR9011, 2017.